

# FYSIK I DET 21. ÅRHUNDREDE

## Laseren – den moderne lyskilde

### Kapitel 2

#### Opgave 1

Stof og stråling kan vekselvirke på andre måder end ved stimuleret absorption, stimuleret emission og spontan emission. Overvej hvilke.

#### Opgave 2

I denne opgave betragtes et heliumatom i grundtilstanden. Beregn energien af heliumatomet i eV og J, hvis det

- (a) absorberer en foton med frekvensen  $4,79 \cdot 10^{15}$  Hz.
- (b) absorberer en foton med frekvensen  $5,27 \cdot 10^{15}$  Hz.

#### Opgave 3

Et neonatom henfalder ved stimuleret emission fra en exciteret tilstand med energi 19,77 eV til en anden exciteret tilstand med energi 18,69 eV. Beregn frekvensen og bølgelængden af de udsendte fotoner.

#### Opgave 4

Begrund at produktet  $k_B T$  er en energi.

#### Opgave 5

Beregn størrelsen af energien  $k_B T$  (både i J og eV) ved stuetemperatur. Hvilken frekvens har en foton med denne energi?

#### Opgave 6

Betragt de to ekstremtilfælde hvor  $E_j - E_i \ll k_B T$  og  $E_j - E_i \gg k_B T$ . Argumenter for at næsten alle atomer er i grundtilstanden ved små temperaturer. Argumenter for, at ved meget høje temperaturer er de exciterede tilstande næsten befolket i samme grad som grundtilstanden.

#### Opgave 7

I den første rubinlaser var blitzlampen spiralformet og den cylinderformede rubinkrystallen var placeret i centrum af spiralen. I rubinlasere har man ofte både krystal og blitzlampe lukket inde i en beholder med reflekterende inderside. En sådan udformning sikrer en jævn belysning og dermed en jævn opvarmning af krystallen. Giv bud på, hvordan en sådan beholder bedst udformes, så krystallen belyses omtrent lige meget over det hele.

#### Opgave 8

En pulseret rubinlaser har en bølgelængde på 694,4 nm og en pulstid på 12 ps. Hver puls bærer en energi på 150 mJ.

Beregn længden af en puls og antallet af fotoner i en puls.

### Opgave 9

Antag at der i en rubinlaser med bølgelængden 694,4 nm er  $7,0 \cdot 10^{20}$  Cr<sup>3+</sup>-ioner i det øverste laserniveau. Hvor meget energi udsendes, hvis alle ionerne i det øverste niveau henfalder til nederste laserniveau næsten samtidig under udsendelse af en enkelt puls.

### Opgave 10

Forklar hvorfor 4-niveau modellen ikke kræver så kraftig pumpning sammenlignet med 3-niveau modellen.

### Opgave 11

En He-Ne-laser på 2,3 mW udsender lys med en bølgelængde på 632,8 nm. Hvor mange fotoner udsender denne laser pr. minut.

### Opgave 12

Man ser ofte enheden cm<sup>-1</sup> brugt i stedet for eV. Enheden cm<sup>-1</sup> udregnes som den reciprokke af bølgelængden svarende til et antal eV.

Hvor mange cm<sup>-1</sup> er 1 eV?

Tegn energidiagrammet for overgangene i en HeNe-laser. Omregn enhederne på energiaksen til cm<sup>-1</sup>.

### Opgave 13

Argumenter for at absorptionskoefficienten  $\alpha$  har enheden m<sup>-1</sup>.

### Opgave 14

Betragt figur 2.14. Giv en kvalitativ forklaring på hvorfor intensiteten af lyset på ved gennem materialet vokser eksponentielt.

### Opgave 15

Optegn de stående bølger svarende til  $n = 1, 2$  og  $3$

Hvor langt, målt i enheder af  $\lambda$ , er der mellem to knuder.

### Opgave 16

Brug formel 2.5 til at udregne  $n$  for en HeNe-laser med  $\lambda=632,8$  nm og  $L=1,00$  m.

## Kapitel 3

### Opgave 1

Brug formel 2.5 til at udregne  $n$  for en rubinlaser med  $\lambda = 694,4$  nm og  $L = 6,0$  cm.

Brug resultatet til at udregne  $\Delta\lambda_n$  for denne laser.

### Opgave 2

Udregn antallet af stående bølger i en HeNe-lasers resonator når  $\lambda = 632,8$  nm og  $L = 0,80$  m.

Beregn  $\Delta\lambda_n$  for denne laser.

### Opgave 3

1. Betragt bølgelængden som en funktion af  $n$  og bestem  $\frac{d\lambda}{dn}$ .
2. Vis at  $\frac{\Delta\lambda_n}{\Delta n} = -\Delta\lambda_n$ .  
(Hint: Brug at  $\Delta n = n - (n + 1)$ ).
3. Approksimér  $\frac{\Delta\lambda_n}{\Delta n}$  med  $\frac{d\lambda}{dn}$  og vis at  $\Delta\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n^2}$ .

### Opgave 4

1. Linjebredden  $\Delta\lambda$  kan udregnes som forskellen mellem to bølgelængder  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ .  
Opstil et regneudtryk for den tilsvarende frekvensændring  $\Delta f$  givet ved  $\lambda_1$  og  $\lambda_2$ .
2. Argumenter for at  $\lambda_2 \cdot \lambda_1 \approx \lambda^2$ .
3. Vis nu at  $\Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda$ , hvis vi kræver at  $\Delta f$  skal være en positiv størrelse.

### Opgave 5

1. Linjebredden  $\Delta\lambda$  kan udregnes som forskellen mellem to bølgelængder  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ .  
Vis at der om den tilsvarende frekvensændring  $\Delta f$  gælder, at  $\Delta f < 0$  når  $\lambda_2 > \lambda_1$ .
2. Betragt frekvensen,  $f$ , som en funktion af bølgelængden  $f(\lambda) = \frac{c}{\lambda}$  og udregn  $\frac{df}{d\lambda}$ .
3. Brug at  $\frac{df}{d\lambda} \approx \frac{\Delta f}{\Delta\lambda}$  til at udlede  $\Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda$ .  
Obs.: Undervejs smides et minus bort for at gøre  $\Delta f$  til en positiv størrelse.
4. Udregn  $\Delta f$  for en HeNe-laser med  $\lambda = 632,8$  nm og FWHM linjebredden  $\Delta\lambda = 10^{-3}$  nm.

### Opgave 6

Bestem kohærenstiden og kohærenslængden for følgende lasere, når der i alle tilfælde gælder at  $\Delta\lambda = 10^{-3}$  nm.

- En HeNe-laser med  $\lambda = 638,2$  nm.
- En rubinlaser med  $\lambda = 694,3$  nm.
- En CO<sub>2</sub>-laser med  $\lambda = 10,6$   $\mu\text{m}$ .

### Opgave 7

Beregn linjebredden for en laser med  $\lambda = 632,8$  nm og  $L_k = 0,30$  m.

### Opgave 8

Til linjebredden svarer en bestemt frekvens. Denne kaldes båndbredden, betegnes  $\Delta f$  og kan beregnes med

$$\text{formlen } \Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda .$$

Vis at  $\Delta f = \frac{c}{L_k}$  og beregn båndbredden for en laser med  $L_k = 0,25$  m.

Vise nu at  $\Delta f = \frac{1}{T_k}$  og brug den til at beregne kohærenstiden for en laser med  $\Delta\lambda = 10^{-3}$  nm.

### Opgave 9

Denne opgave handler om rubinlaser med  $\lambda = 694,4$  nm og  $L = 6,0$  cm.

Hvor mange stående bølger er der ca. plads til mellem krystallens ender?

Hvor meget skal frekvensen ændres for at der netop er plads til en bølglængde mere?

### Opgave 10

Forklar ved hjælp af en skitse, hvorfor lysstråle mellem spejlene på figur 3.9 har den form den har.

### Opgave 11

Bestem stråle taljen for en HeNe-laser med  $\lambda = 638,2$  og  $\Phi = 10^{-3}$  rad.

### Opgave 12

Reflektorerne på månen består af mange såkaldte 'corner cubes'. Det er prismer, hvor de tre af siderne har form som hjørnet i en terning. De står altså vinkelret på hinanden. Argumenter for, at en lysstråle, der rammer en af disse tre sider i en corner cube og reflekteres i (mindst én af) de andre sider, vil returnere i samme retning, som den kom fra.



### Opgave 13

Når man måler afstanden til månen sker det ved at sende laserpulser fra en Nd:YAG-laser mod en reflektor på månens overflade. Reflektoren består af prismer, der er konstrueret, så de sender pulsene tilbage, hvor de kom fra. Den anvendte Nd:YAG-lasers data er anført herunder.

Beregn hvor lang tid det tager for en udsendt puls at returnere til Jorden.

Giv et estimat af diameteren af strålen, når den rammer månens overflade.

Det viser sig, at diameteren af strålen er ca. 25 km, når den når tilbage til udgangspunktet. Giv en forklaring på dette.

Udregn antallet af fotoner i hver puls.

Reflektoren har et areal på 0,45 m<sup>2</sup>. Hvor mange af de udsendte fotoner i en puls kan man regne med rammer reflektoren? Gør rede for eventuelle antagelser i dine udregninger.

Bølgelængde	532 nm
strålens diameter (ved udsendelsen)	7 mm
divergensvinkel	0,075 µrad
varighed af puls	200 ps
energi pr. puls	1500 mJ
antal pulser pr. minut	10

Det antages at teleskopet, der modtager fotonerne igen på Jorden, har en diameter på 1 m. Beregn den procentdel af de udsendte fotoner i en puls, der modtages af teleskopet. Gør rede for eventuelle antagelser i dine udregninger.

#### Opgave 14

For en resonator med to krumme spejle, begge med krumningsradius  $r$ , kan man vise at

$$D^2 \approx \frac{\lambda \cdot r}{2\pi}$$

hvis  $r$  har nogenlunde samme størrelse som længden af resonatoren.

Estimer  $r$  for en HeNe-laser med  $\lambda = 1,15 \mu\text{m}$ , så denne får en stråletalje på 0,5 mm.

#### Opgave 15

En laser kan gøres pulset ved at lade det ene spejl rotere om en lodret akse. Begrund dette.

# Kapitel 4

## Opgave 1

Diskutér hvilke former for vekselvirkninger der er mellem atomerne i et gitter (fx vil atomkernerne påvirke hinanden).

## Opgave 2

Overvej hvad der vil ske, hvis et molekyle bringes i et "antibindings"-niveau.

## Opgave 3

Forklar hvorfor et hul i valensbåndet vil bevæge sig mod toppen af valensbåndet.

## Opgave 4

Overvej hvorfor hullets energiakse 'peger nedad'.

## Opgave 5

Forklar hvordan et lavere brydningsindeks i p- og n-områderne, sammenlignet med brydningsindekset i det aktive område, giver anledning til lysledervirkning.

## Opgave 6

En GaAs-halvlederlaser udsender pulser med en frekvens på 1000 Hz og en pulstid på 200 ns. Gennemsnitseffekten er 1 mW.

Hvor meget energi er der i hver puls?

Udregn antallet af fotoner i hver puls.

Pulsene udsendes gennem en rektangulær flade på 100  $\mu\text{m}$  gange 2  $\mu\text{m}$ . Beregn fluxen af fotoner gennem den rektangulære flade under udsendelse af en puls.

## Opgave 7

Kvantevirkningsgraden for en halvlederlaser defineres som forholdet mellem antal fotoner udsendt pr. tidsenhed og antal elektroner der sendes ind i halvlederen pr. tidsenhed. Denne opgave handler om at opstille et udtryk for kvantevirkningsgraden delt med 'den almindelige' virkningsgrad.

Vis, at antallet af elektroner der udsendes pr. sekund,  $N_{p,t}$ , kan skrives som

$$N_{p,t} = \frac{P_{ud} \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

hvor  $P_{ud}$  er effekten ud af laseren og  $h$  er plancks konstant.

Udregn  $N_{p,t}$  for en 1 mW GaAs-laser med  $\lambda = 850 \text{ nm}$ .

Vis, at antallet af elektroner, der sendes ind i halvlederen pr. sekund,  $N_{e,t}$ , kan skrives som

$$N_{e,t} = \frac{P_{ind}}{U \cdot q_e}$$

hvor  $P_{ind}$  er effekten ind i halvlederen,  $U$  er den pålagte spænding og  $q_e$  er elementarladningen.

Vis, at kvantevirkningsgraden,  $\eta_{kv}$ , kan skrives som

$$\eta_{kv} = \frac{P_{ud}}{P_{ind}} \cdot \frac{\lambda \cdot U \cdot q_e}{h \cdot c}$$

Opstil et udtryk for kvantevirkningsgraden delt med den 'almindelige' virkningsgrad og udregn dette forhold for en GaAs-laser med  $\lambda = 850$  nm og  $U = 1,85$  V.

## Kapitel 5

### Opgave 1

Lav en tegning, der viser hvordan lys brydes i overgangen fra et materiale med højt brydningsindeks til et materiale med lavt brydningsindeks.

### Opgave 2

Lav en tegning, der viser 'tab' i en optisk fiber, der bukket for meget.

### Opgave 3

Brug formel 5.6 til at vise, at  $\frac{P_{ind}}{P_{ud}} = e^{-\alpha \cdot x}$ .

Brug dette til at vise at  $dB_{tab} = 4,34 \cdot \alpha \cdot x$ .

### Opgave 4

Vis at  $dB_{tab} = 3$  dB, når fiberen absorberer 50 % af effekten.

### Opgave 5

Vis at en optisk fiber med et  $dB_{tab}$  på  $0,2 \frac{dB}{km}$  transmitterer 50 % af lyseffekten igennem 15 km fiberglas.

### Opgave 6

Argumenter for  $\theta_{min}$  og  $\theta_{max}$  (se evt. figur 5.9, side 26) svarer til henholdsvis den kritiske vinkel  $\theta_k$  og vinklen  $90^\circ$ .

### Opgave 7

Vis at  $\Delta t = \frac{Ln_1}{cn_2}(n_1 - n_2)$

(Vink: benyt Snells lov med  $\theta_k$ )

### Opgave 8

Med trigonometriske omskrivninger kan man vise at

$$n_0 \sin(\alpha_{max}) = \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}$$

Gør det.

### Opgave 9

Vis at  $\Delta t = 50$  ms for en fiber med længden 1 km og værdierne  $n_1 = 1,5$  og

$n_2 = 99\%$  af  $n_1$ .

### Opgave 10

Beregn  $BR_{max}$  for en 1 km lang fiber som har dispersionen  $50 \frac{ns}{km}$

## Kapitel 6

### Opgave 1

Lav en skitse af strålegangen gennem en samlelinse efterfulgt af en spredelinse.

### Opgave 2

Overvej hvor høj intensitet af lyset er i brændpunktet efter passage gennem en samlelinse.

### Opgave 3

I praksis kan man ikke fokusere en lysstråle, så alt lyset samles i ét eneste punkt uden udstrækning. Giv mulige forklaringer på dette.

### Opgave 4

Sendes en laserstråle gennem en samlelinse med brændvidden,  $f$ , vil strålen fokuseres. Man kan vise at der om diameteren,  $d$ , af strålen i fokus gælder at

$$d \approx f \cdot \Phi$$

hvor  $\Phi$  er laserstrålens divergensvinkel. Formlen kan kun bruges, når samlelinsens diameter er flere gange større end diameteren af strålen.

En laser på 10 MW og med en divergensvinkel på 1 mrad fokuseres med en samlelinse. Linsens brændvidde er 20 cm.

Estimer diameteren af den fokuserede stråle.

Hvad er intensiteten af den fokuserede stråle?

### Opgave 5

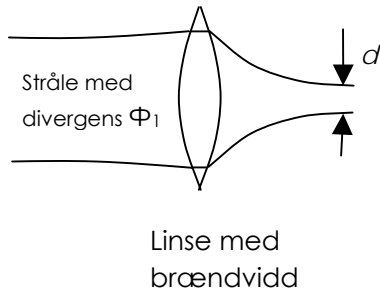
Betragt opstillingerne skitseret på figur I og II, se næste side. Vi sender altså laserstråler med divergensvinkler på hhv.  $\Phi_1$  og  $\Phi_2$  gennem samlelinser med brændvidder  $f_1$  hhv.  $f_2$ . Strålerne fokuseres så de begge får diameteren  $d$  i fokuspunktet.

Antag at strålegangen i figur II vendes (se figur III). Hvilken divergensvinkel har strålen efter passage gennem linsen?

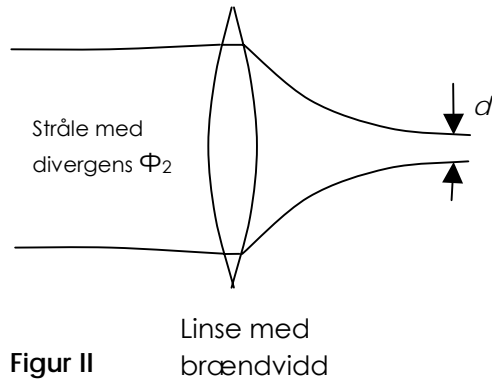
Betragt nu opstillingen på figur IV. Argumenter for gyldigheden af formlen

$$\Phi_1 \cdot f_1 = \Phi_2 \cdot f_2$$

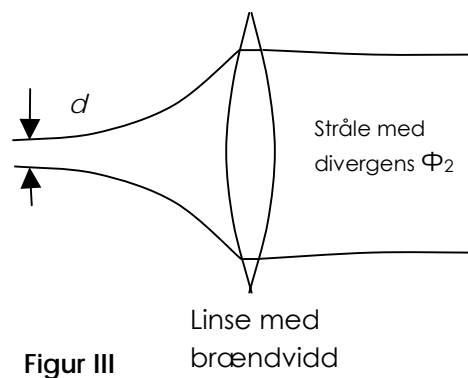
Bestem  $\Phi_2$ , når  $\Phi_1 = 10^{-3}$ ,  $f_1 = 5$  cm og  $f_2 = 25$  cm. Hvad har man opnået?



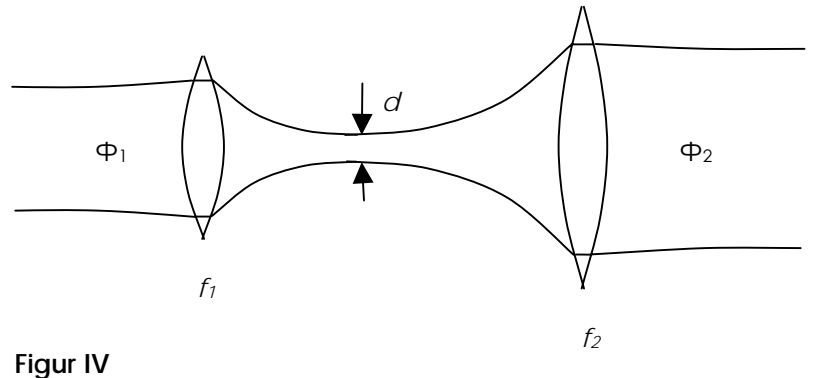
Figur I



Figur II



Figur III



Figur IV

### Opgave 6

Tegn lysets strålegang i et øje der er nærsynet, et øje der er langsynet og et øje med normalt syn.

### Opgave 7

Illustrer på en tegning hvordan øjets brændvidde ændres, når der bortdampes væv i hhv. midten og periferien af stromaet.

### Opgave 8

Til kirurgiske behandling på nethinden bruges ofte diodelasere med bølgelængder i det synlige område. Giv en forklaring på, hvorfor man bruger synligt lys til behandling på nethinden, mens man bruger UV-lys fra excimerlasere til behandling af hornhinden.

### Opgave 9

I øjenoperationer bruges en Nd:YAG-laser, der udsender pulser af varighed 1 ns og hver med en energi på 1 mJ. Strålen fokuseres så diameteren er 30  $\mu\text{m}$ . Beregn intensiteten af en puls.

## Kapitel 7

### Opgave 1

En Nd:YAG-laser udsender pulser på 10 J. Udregn, hvor mange Nd-ioner der skal være i det øverste niveau, lige før pulsen udsendes.

### Opgave 2

På en satellit 36.205 km over Jorden er der en Nd:YAG-laser, der sender pulser mod Jorden. Bølgelængden er 1064 nm, divergensvinklen er 5  $\mu$ rad og hver puls er på 200 MW.

Bestem den mindst mulige diameter af strålen ved Jordens overflade.

Beregn intensiteten af en puls ved Jordens overflade og sammenlign med solarkonstanten.

### Opgave 3

En Nd:YAG-laser 'fodres' med 2500 W fra en stikkontakt. Laseren udsender stråling med en intensitet på 300 W/cm<sup>2</sup>, når strålens diameter er 2,5 mm. Beregn virkningsgraden.

Kvantevirkningsgraden,  $\mu_{kv}$ , defineres som

$$\mu_{kv} = \frac{\Delta E_{laser}}{\Delta E_{pumpe}}$$

hvor  $\Delta E_{pumpe}$  er forskellen mellem to pumpeniveauer og  $\Delta E_{laser}$  er forskellen mellem to laserniveauer.

Fire af niveauerne, som en Nd:YAG-laser kan pumpes til fra grundtilstanden, har energier 1,53 eV, 1,653 eV, 2,119 eV og 2,361 eV.

Givet at laseren udsender stråling med bølgelængden 1,064  $\mu$ m, beregn kvantevirkningsgraden hørende til de 4 pumpeniveauer.

### Opgave 4

Overvej om CO<sub>2</sub>-laseren kan karakteriseres som en tre- eller fire-niveau laser.

### Opgave 5

Hvorfor er kobber velegnet til spejle til refleksion af CO<sub>2</sub>-laserens stråle?

### Opgave 6

Ved lasersvejsning opnås en svejsehastighed på 900 mm/min. Hvor meget energi afsættes i svejseemnet pr. mm, når CO<sub>2</sub>-laseren udsender stråling med en effekt på 9000 W.

Ved laserhybridsvejsning er spændingsforskellen mellem spidsen af tråden og svejseemnet 36 V ved en strømstyrke på 272 A. Svejsehastigheden er 2900 mm/min. Der bruges samme laser, som ved lasersvejsning. Beregn hvor meget energi der afsættes pr. mm i svejseemnet.

### Opgave 7

I laserhybridsvejsning med en 4 kW Nd:YAG-laser bruges en optisk fiber med en kerne med en diameter på 0,6 mm til at transportere strålen fra laseren til svejseemnet. Når strålen forlader enden af fiberen sker det i en vinkel på  $30^\circ$  (se figur). Med en samlelinse med en brændvidde på 200 mm skal strålens divergensvinkel minimeres. Diameteren af strålen efter linsen skal være 3,5 cm.

Hvor langt skal linsen placeres fra enden af fiberen. Gør rede for evt. antagelser i dine udregninger.

Til at fokusere strålen 6,0 mm over svejseemnet bruges også en samlelinse med en brændvidde på 200 mm. Beregn diameteren af strålen, når den rammer svejseemnet.

## Kapitel 8

### Opgave 1

Argumenter for betingelserne for at opnå henholdsvis konstruktiv og destruktiv interferens i michelsoninterferometret.

### Opgave 2

Diskuter hvilke dele af OCT-opstillingen, der svarer til delene i michelsoninterferometret.